

## תרגול שבוע 2

1. (שאלה 1.3 מהספר) תהי  $E$  רשימה לא ממוינת של  $n$  סגמנטים שהם צלעות של פוליגון קמור. תאר אלגוריתם שבזמן  $O(n \log n)$  מחשב מ- $E$  רשימה שמכילה את כל קודקודי הפוליגון, מסודרים לפי כיוון השעון.
2. בהינתן פוליגון קמור עם  $n$  קודקודים, תאר אלגוריתם יעיל שמוצא מבין כל הטרפזים ישרי הזווית ששלוש מצלעותיהם מקבילות לצירים, את הטרפז בעל השטח הקטן ביותר שחוסם את הפוליגון. הנח שנתונות לך הנקודות הקיצוניות בפוליגון (ימנית, שמאלית, עליונה, תחתונה) ומיקומן בסדר הקודקודים. כמו כן הנח שקודקודי הפוליגון נתונים במערך.

### פיתרון לשאלה 1

האלגוריתם:

- (1) מצא נקודה שנמצאת בתוך הפוליגון:
  - (a) בחר קודקוד  $q_1$  מהפוליגון (נקודת קצה של אחד הסגמנטים). עבור על כל הסגמנטים ושמור את שני הקודקודים הסמוכים ל- $q_1$  (משתתפים איתו בסגמנט). לאחר מכן בחר קודקוד נוסף  $q_2$  שאינו סמוך ל- $q_1$ .
  - (b) קבע את  $p_{mid}$  להיות אמצע הקטע המוגדר ע"י שני הקודקודים.
- (2) לכל סגמנט  $p_i p_j$ , מצא את מרכזו  $p_{ij}$  וחשב את הכיוון של הוקטור  $\overrightarrow{p_{mid} p_{ij}}$ .
- (3) מייין את  $n$  הסגמנטים לפי הכיוונים של הוקטורים המתאימים להם.
- (4) מהסגמנט הראשון קח את אחת הנקודות, ולפי הסדר קח מכל סגמנט את הנקודה שאינה נבחרה עדיין. הוצא את רשימת הנקודות כפלט.

זמן ריצה: שלב 1a לוקח  $O(n)$  ושלב 1b לוקח  $O(1)$ . שלב 2 דורש  $n$  חישובים בזמן  $O(1)$  -  $O(n)$ . שלב 3 הוא מיון שלוקח  $O(n \log n)$ . שלב 4 גם מתבצע בזמן לינארי. בסה"כ  $O(n \log n)$ .

### הוכחת נכונות:

הנקודה  $p_{mid}$  נמצאת בתוך הפוליגון- זאת מכיוון שבחרנו שני קודקודים מהפוליגון שאינם סמוכים. לכן הנקודה היא בפוליגון, והיא לא על שפת הפוליגון. מכאן שלכל נקודה  $p$  על שפת הפוליגון, הסגמנט  $p_{mid} p$  מוכל כולו בתוך הפוליגון (הפוליגון קמור).

ע"י מעבר של הוקטור  $\overrightarrow{p_{mid} p}$  עבור כל הנקודות  $p$  על שפת הפוליגון לפי כיוון השעון, מתקבלים כל הכיוונים לפי כיוון השעון. לכן מיון הסגמנטים לפי הכיוונים יביא את הסדר הנכון, ולקיחת נקודות הקצה של הסגמנטים לפי הסדר תביא את התוצאה הרצויה.