

תרגול 4

נתון kd tree ששורשו הוא root. בהינתן נקודת שאילתא q נמצא את השכן הקרוב ביותר ל q מבין הנקודות ששמורות בעץ.

נניח שכל צומת בעץ מחזיק את השדות הבאים:

- axis: between 0 and (d-1)
- value: the splitting value at the specific axis
- left: pointer to left child node
- right: pointer to right child node
- point: the point, in case the node is a leaf

בעמוד הבא מופיע אלגוריתם רקורסיבי שמוצא את השכן הקרוב ביותר ל q בעץ ששורשו root. האלגוריתם מקבל כקלט בנוסף ל root, q את המועמד הטוב ביותר שמצאנו עד כה cand, ואת המרחק dist מ q ל cand. נשתמש ב: $\|x, y\|$ לסימון המרחק בין x ל y .

הקריאה הראשונה תראה כך:

NN (q , root, cand = NULL, dist = infinity)

ניתן להרחיב את האלגוריתם כך שימצא את k השכנים הקרובים ביותר ל q , כלומר .kNN

```

NN (q, root, cand, dist) :
  if root is a leaf:
    if ||q, root.point|| < dist:
      return root.point
    else:
      return cand
  //root is not a leaf
  if dist == infinity:
    if q[root.axis] <= root.value:
      cand = NN(q, root.left, cand, dist)
      dist = ||q, cand||
      if q[root.axis] + dist > root.value:
        cand = NN(q, root.right, cand, dist)
    else: // q[root.axis] > root.value
      cand = NN(q, root.right, cand, dist)
      dist = ||q, cand||
      if q[root.axis] - dist <= root.value:
        cand = NN(q, root.left, cand, dist)
  else: //dist is finite
    if q[root.axis] - dist <= root.value:
      cand = NN(q, root.left , cand, dist)
      dist = ||q, cand||
    if q[root.axis] + dist > root.value:
      cand = NN(q, root.right , cand, dist)

return cand

```

שאלה:

בהינתן פוליגון קמור בעל n קודקודים במישור, מצא בזמן $O(n)$ בתוחלת את העיגול הגדול ביותר החסום בפוליגון.

פתרון:

נעביר את הבעיה לבעיית תכנות לינארי. הפרמטרים אותם אנחנו רוצים למצוא הם (x_c, y_c) הקוא' של מרכז העיגול, ורדיוס r .

ניקח כל צלע מהפוליגון ונהפוך אותה לאילוץ בצורה של חצי מישור, בהתאם לצד שלה שבו הפוליגון נמצא, שכן מרכז המעגל חייב להיות בתוך הפוליגון.

$$\text{האילוץ: } a_i x_c + b_i y_c \geq c_i, \quad i=1, \dots, n$$

בנוסף, מרכז המעגל (x_c, y_c) צריך להיות במרחק לפחות r מכל צלע (כדי שהצלע לא

$$\text{תחתוך את המעגל). כלומר, } \frac{a_i x_c + b_i y_c - c_i}{\sqrt{a_i^2 + b_i^2}} \geq r$$

קיבלנו $2n$ אילוץ, ניתן לפתור אותם כתכנות לינארי תלת מימדי עם פונקציית מטרה r (כלומר- r כמה שיותר גדול) וכך למצוא את העיגול עם הרדיוס הגדול ביותר החסום בפוליגון. זמן הריצה- $O(n)$ בתוחלת, לפי הניתוח שראינו בכיתה.

(נשים לב שמספיק להשתמש באילוץ על מרחק לפחות r מכל צלע. אילוץ אלו כוללים בתוכם את האילוץ הראשונים)